

РАЧУНАРСКА ГИМНАЗИЈА БЕОГРАД 5. ЈУН 2020.
МАТУРСКИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Тест се састоји из 20 задатака на две странице. Време за рад је 180 минута. Сваки задатак доноси 5 поена. Погрешан одговор доноси $-0,5$ поена. Заокруживање **N** не доноси ни позитивне ни негативне поене. У случају заокруживања више од једног одговора или незаокруживања ниједног одговора, добија се -1 поен. Тест се попуњава хемијском оловком.

1. Ако је полином $p(x) = x^4 + 6x^3 - 8x^2 + ax + b$ дељив полиномом $q(x) = (x-1)(x-2)$, тада је $b - a$ једнако:

- A) -67 B) 67 C) 33 D) 1 E) -33 N).

2. Сва решења једначине $5^x + 5 \cdot 0,2^{x-1} = 26$ припадају интервалу:

- A) $(-4, -1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D) $(1, 4)$ E) $(\frac{3}{2}, 5)$ N).

3. Вредност израза $\log_3 16 \cdot \log_4 9$ је:

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9 N).

4. Решење једначине $\log_3(2 + \log_3(x+1)) = 0$ припада интервалу:

- A) $(-3, 2]$ B) $(-2, -1]$ C) $(-1, 0]$ D) $(0, 1)$ E) $(1, 2]$ N).

5. Вредност израза $(\frac{1+i}{1-i})^{2020}$ ($i^2 = -1$) је:

- A) 1 B) -1 C) i D) $-i$ E) $1+i$ N).

6. Збир квадрата решења једначине $x^2 - 5x + m = 0$ једнак је 13. Тада је m једнако:

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 12 E) 6 N).

7. Израз $(a^{-1} + b^{-1})^{-1} : (b^{-1} - a^{-1})^{-1}$ ($a, b \neq 0, a \neq b$) идентички је једнак изразу:

- A) $\frac{a-b}{a+b}$ B) 1 C) a^2b^2 D) -1 E) $\frac{a+b}{a-b}$ N).

8. Колико целих бројева задовољава неједначину $-2x^2 + 5x + 3 > 0$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) више од 3 N).

9. Број реалних решења једначине $\sqrt{x} = x - 2$ је:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 N).

10. Ако је $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ($x \neq -1, x \neq -\frac{1}{2}$), тада је $(f \circ f)(x)$ једнако:

- A) $(\frac{x}{x+1})^2$ B) $\frac{2x+3}{4x+2}$ C) $\frac{3x}{2x+1}$ D) $\frac{x}{2x+1}$ E) $\frac{2x+1}{x+1}$ N).

11. Једначина симетрале дужи AB , $A(4, 1)$, $B(2, 5)$ гласи:

- A) $x - 2y + 3 = 0$ B) $x - 2y + 5 = 0$ C) $2x - y + 3 = 0$ D) $2x - y + 5 = 0$ E) $x - 2y + 4 = 0$ N).

12. Дата је парабола $y^2 = 4x$. Једначина оне тетиве параболе, која је тачком $A(2, 1)$ подељена на два једнака дела је:

- A) $y = 3x - 5$ B) $y = x - 1$ C) $y = 4x - 7$ D) $y = 5x - 9$ E) $y = 2x - 3$ N).

13. У троуглу ABC је $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$ и $AC = 8$. Површина троугла ABC једнака је:

- A) $32\sqrt{2}$ B) 16 C) $4(\sqrt{3} + 1)$ D) $16(\sqrt{3} + 1)$ E) $8(\sqrt{3} + 1)$ N).

14. Коефицијент уз $x^{27}y^2$ у развоју бинома $(x^3 + \sqrt{y})^{13}$ је:

- A) 12 B) 1516 C) 1312 D) 715 E) 78 N).

15. Збир свих решења једначине $3(1 - \sin x) + \sin^4 x = 1 + \cos^4 x$, која припадају интервалу $(-\pi, \pi)$ је:

- A) $\frac{2\pi}{3}$ B) 2π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) π N).

16. Вредност интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x dx}{\cos^3 x}$ једнака је:

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ C) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$ D) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ E) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}$ N).

17. Функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + 3x^3 + x^2 + 4}{(x+2)^2}, & x \neq -2 \\ A, & x = -2 \end{cases}$ је непрекидна ако и само ако је A једнако:

- A) 3 B) 5 C) 0 D) 1 E) 7 N).

18. У сферу полупречника 6cm уписана је правила тространа призма највеће запремине. Висина те призме је:

- A) $3\sqrt{3}\text{cm}$ B) $5\sqrt{5}\text{cm}$ C) $6\sqrt{3}\text{cm}$ D) $4\sqrt{3}\text{cm}$ E) $\frac{9}{2}\sqrt{3}\text{cm}$ N).

19. Од три математичара и пет инжењера формира се експертски тим од шест чланова у коме ће бити бар два математичара. То се може учинити на:

- A) 25 начина B) 15 начина C) 10 начина D) 8 начина E) 45 начина N).

20. Ако је права $y = kx + n$ асимптота графика функције $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3} + x$ када $x \rightarrow +\infty$, тада је $k + n$ једнако:

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1 N).