

РАЧУНАРСКА ГИМНАЗИЈА

27. maj 2013.

МАТУРСКИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Ученик: _____

Шифра задатка А

Тест има 20 задатака на две странице. Време за рад је 180 минута. Сваки задатак вреди 5 поена. Погрешан одговор доноси $-0,5$ поена. Заокруживање одговора (Н) не доноси ни позитивне ни негативне поене. Заокруживањем више од једног или незаокруживањем њедног одговора добија се -1 поен. Осим папира на коме су формулисани задаци са понуђеним одговорима, потребно је предати и папире на којима су задаци решавани.

1. Последња цифра броја 3^{2013} једнака је:

(A) 6 (B) 3 (C) 5 (D) 2 (E) 0 (F) 1

2. Максимум функције $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ једнак је:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 (F) 6

3. Ако се број страница правилног многоугла повећа за 3, угао многоугла се повећа за 20° . Колики је број страница многоугла?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 ; (D) 6 (E) 20 (F) 21 (G) 22 (H) 23

4. Ако је $a = \log_5 8$ и $b = \log_5 9$, тада је $\log_5 12$ једнак:

(A) 0 (B) $\frac{2a+3b}{2}$ (C) -1 (D) $\frac{4a+3b}{6}$ (E) 1 (F) 2 (G) 3 (H) 4

5. Тачке $A(7, 1)$ и $B(-1, 3)$ су темена основице једнакокраког троугла ABC , при чему теме C припада правој $x - y - 4 = 0$. Производ одговарајућих координата тачке C је:

(A) 0 (B) -4 (C) 4 (D) 6 (E) 8 (F) 10 (G) -6 (H) 12

6. Петоцифрених бројева који су записани са различитим цифрама из скупа $\{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$ и који су деливни са пет има:

(A) 120 (B) 240 (C) 196 (D) 216 (E) 220 (F) 224 (G) 248 (H) 256

7. Збир свих реалних решења једначине $2 \sin x = 1 - \cos 2x$, која припадају интервалу $(0, 2\pi)$, једнак је:

(A) $\frac{3\pi}{2}$ (B) $\frac{5\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π (E) $\frac{7\pi}{2}$ (F) $\frac{9\pi}{2}$ (G) $\frac{11\pi}{2}$ (H) $\frac{13\pi}{2}$

8. Вредност израза $(a^3 - 1)^{-1} \left\{ a \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} \right) : \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} \right]^2 + 2a + 1 \right\}$, где је $a > 1$, једнака је:

(A) $\frac{1}{\sqrt{a}-1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{a+1}}$ (C) $\frac{1}{a-1}$ (D) $\frac{1}{a+1}$ (E) $a + 1$ (F) $a - 1$ (G) $a^2 - 1$ (H) $a^3 - 1$

9. Ако је $a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$ и $b = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$, тада је $a - \ln b$ једнако:

(A) 0 (B) -1 (C) e (D) $2 - e^2$ (E) e^2 (F) e^3 (G) e^4 (H) e^5

10. Вредност разлике $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$ једнака је:
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $-\frac{1}{8}$ (F).
11. Ако је $x \in [0, 2\pi]$, тада је функција $f(x) = \log_2(\sin x)$ дефинисана за свако x које припада скупу:
 (A) $(0, \frac{\pi}{2})$ (B) $\{\frac{\pi}{2}\}$ (C) $(0, \pi)$ (D) $(0, \frac{\pi}{2}]$ (E) $(0, \frac{\pi}{4})$ (F).
12. Вредност неодређеног интеграла $\int (x^3 - \frac{1}{x^3}) dx$, $x \neq 0$, једнака је:
 (A) $\frac{x^6 - 2}{4x^2} + c$ (B) $\frac{x^6 + 2}{4x^2} + c$ (C) 1 (D) $\frac{x^6 + 4}{2x^2} + c$ (E) $\frac{x^4}{4} + \frac{2}{x^2} + c$ (F).
13. Ако је први члан неког аритметичког низа једнак $\frac{3}{2}$, а збир првих 200 чланова тог низа једнак 10250, онда је 2014-ти члан тог низа једнак:
 (A) 2015 (B) 1008 (C) 504 (D) 2014 (E) 2013 (F).
14. Дата је једначина $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$. Тада је $x_1^2 + x_2^2 \leq x_1 + x_2$, при чему су x_1 и x_2 решења те једначине, ако и само ако параметар a припада скупу:
 (A) $[\frac{1}{2}, 1]$ (B) $[1, +\infty)$ (C) \emptyset (D) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ (E) $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$ (F).
15. Решења једначине $x^3 + ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, су реални бројеви 1 и 2. Производ свих решења те једначине једнак је:
 (A) 1 (B) -6 (C) 2 (D) 6 (E) 10 (F).
16. Збир свих решења једначине $|2x - 1| + |x - 3| = x + 3$ једнак је:
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) 4 (E) $\frac{15}{4}$ (F).
17. Када се развије омотач праве кружне купе добија се четвртина круга полупречника 5 см. Тада је запремина те купе, изражена у cm^3 , једнака:
 (A) $\frac{125\sqrt{3}}{96}\pi$ (B) $\frac{125\sqrt{15}}{192}\pi$ (C) $\frac{125\sqrt{15}}{34}\pi$ (D) $\frac{125\sqrt{3}}{34}\pi$ (E) $\frac{125\sqrt{3}}{192}\pi$ (F).
18. Једначина $|x^2 + x| = m$, $m \in \mathbb{R}$, има више од два реална решења ако и само ако параметар m припада скупу:
 (A) $[1, +\infty)$ (B) $(0, \frac{1}{2}]$ (C) $(0, \frac{1}{4}]$ (D) $(0, 1)$ (E) $[0, 1]$ (F).
19. Скуп решења неједначине $\frac{1}{2} \log_a x^2 > \log_a 2 - \log_a 3$, $0 < a < 1$, једнак је:
 (A) $(-6, 6)$ (B) $(-6, 0) \cup (0, 6)$ (C) $(6, +\infty)$ (D) $(0, 6)$ (E) $(\frac{2}{3}, +\infty)$ (F).
20. Скуп решења неједначине $\sqrt{x+47} < x+5$ једнак је:
 (A) $(-11, 2)$ (B) $(2, +\infty)$ (C) \emptyset (D) $[-47, 2)$ (E) $[-5, 2)$ (F).

СРЕЋНО!!!