ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког развојаРепублике Србије

I РАЗРЕД | **ДРЖАВНИ НИВО 25-26.03.2017.**

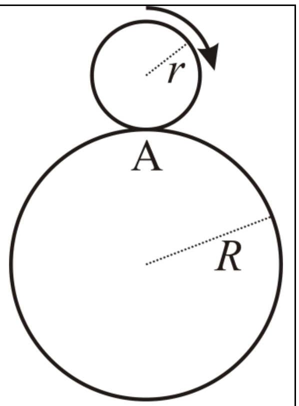
ЗАДАЦИ-фермионскакатегорија

1. Велики ваљак полупречника $R = 0{,}6m$ мирује, а по њему се без клизања котрља мали ваљак полупречника $r = 0{,}025m$ (видети слику 1). У почетном тренутку $t_0 = 0$ мали и велики ваљак се налазе у положају као на слици, додирују се у тачки А. За време $t = 3s$ од почетног тренутка мањи ваљак направи $n = 4$ обртаја око своје осе.

а) Колики је пређени пут центра мањег ваљка s од почетка кретања до t?**[8п]**

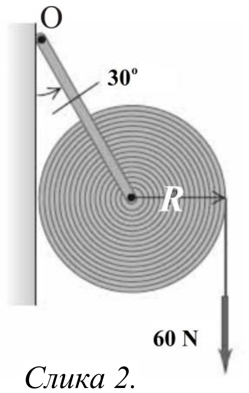
б) Наћи средњу вредност интензитета брзине $\langle v \rangle$ центра мањег ваљка за временски интервал од t_0 до t. **[4п]**

в) Колики је интензитет вектора средње брзине $|\langle \vec{v} \rangle|$ центра мањег ваљка за временски интервал од t_0 до t? **[8п]**



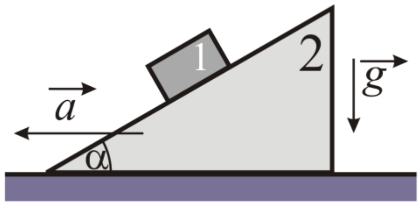
Слика 1.

2. Масивна ролна папира масе M=16 kg и радијуса R=18 cm намотана је на шипку, постављену хоризонтално кроз држач и ролна се ослања на зид као на слици 2. Шипка може да ротира око своје осе без трења, а између ње и папира као и између слојева папира нема проклизавања тј. заједно ротирају. Момент инерције ролне заједно са шипком око осе ротације је I=0,260 kgm^2. Други крај држача је причвршћен за зид у тачки О и око ње ротира без трења, а угао између држача и зида је 30°. Масе држача и шипке су мале (занемарују се). Коефицијент трења између зида и папира је μ=0,25. У почетном тренутку на крај папира почне да делује сила F=60N, вертикално наниже, која одмотава папир. Колики је интензитет угаоног убрзања ролне у том тренутку (када почне да делује сила)? Радијус ролне, њен момент инерције са шипком као и угао између држача и зида дати су у почетном тренутку (g=9,81 m/s^2).
[20п]



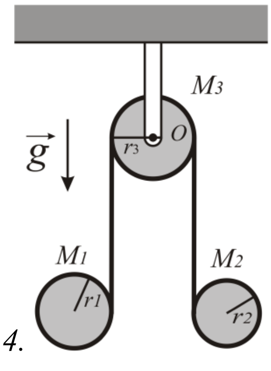
Слика 2.

3. Тело 1 се налази на призми 2 која се под дејством спољашње силе креће улево, равномерно убрзано по хоризонталној подлози убрзањем a (слика 3). За које вредности убрзања a (у ком интервалу вредности убрзања призме) се тело 1 неће кретати у односу на призму? Нагибни угао призме је $\alpha = 30^o$, а коефицијент трења између призме и тела је $\mu = 0{,}1$ (g=9,81 m/s^2).
[20п]



Слика 3.

4. На хомогене котурове M_1 и M_2 маса m_1, m_2 и радијуса r_1, r_2 редом намотана је неистегљива безмасена нит, пребачена преко котура M_3 масе m_3 и радијуса r_3 (видети слику 4). Котур M_3 без трења ротира око осе О (оса симетрије M_3). Момент инерције сваког котура око осе симетрије се рачуна по формули $mr^2/2$. Током кретања нит не проклизава преко котурова, све време је вертикална од M_3 до M_1 као и од M_3 до M_2, то јесте M_1 и M_2 се крећу праволинијски. Наћи угаоно убрзање α_3 котура M_3 као и интензитете транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем. Центри котурова M_1 и M_2 односу на непокретни систем се крећу надоле.
[20п]

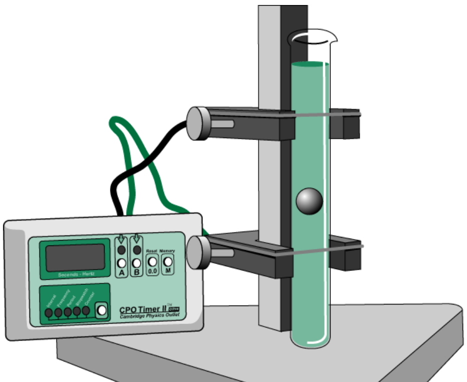


Слика 4.

5. *Вискозност*

Познато је да се при протицању течности кроз цев сви делови течности не крећу истом брзином. Највећу брзину имају делови течности дуж осе цеви, а најмању делови уз зидове цеви. Течност се кроз цев не креће као целина, већ у слојевима који клизе један по другоме различитим брзинама. Ова појава се дешава и при кретању равне даске, танкера или сплава по мирном језеру. Када се тело покрене и вода почиње да се креће, али не као целина, већ по деловима (слојевима) који имају различите брзине. Брзина слојева течности опада повећањем растојања од пловног објекта. У течностима се јављају силе које се супротстављају кретању тела кроз течности. Набројане чињенице и појаве објашњавају се као последица постојања силе унутрашњег трења у течностима, **вискозности**. Сила вискозности, или Стоксова сила, успорава кретање тела кроз течност, тј делује супротно смеру кретања тела. За куглицу која се креће кроз течност, у посуди чије су димензије много веће од радијуса кулице, интензитет Стоксове силе се рачуна по формули $F_S = 6\pi r v \eta$, где је r полупречник куглице, v брзина куглице, а η коефицијент вискозности дате течности.

Циљ постављеног експеримнета је да се одреди коефицијент вискозности глицерина. У ту сврху је пуштена да пада оловна куглица полупречника r=(0,20±0,01) cm густине ρ_o=(11340±10) kg/m^3 кроз посуду са глицерином (чија је ширина много већа од радијуса куглице). Услед деловања Стоксове силе куглица врло брзо стигне у режим у ком се креће константном брзином. На посуди са глицерином су постављени сензори на растојању s који мере време t за које куглица пређе растојање s између сензора. Мерење времена почиње када први сензор детектује куглицу и завршава се када то исто уради и други (слика). За сваку дужину пређеног пута s време се мери три пута. Тачност сензора помоћу којих се мери време је 0,01s. Резултати мерења су дати у табели. Апсолутна грешка мерења дужине је Δs=0,1cm. Куглица се пушта са довољно велике висине тако да се између сензора креће константном брзином. Густина глицерина је ρ_g=(1260±10) kg/m^3, убрзање Земљине теже g=9,808 m/s^2 (дато без грешке). Јединица за коефицијент вискозности је $Pa \cdot s (Pa \cdot s = \frac{N}{m^2} s)$.



Напомена: На свако тело које се налази у флуиду густине ρ делује сила потиска навише (супротно од смера деловања гравитационе силе), која је по интензитету једнака $F_p = \rho V g$, где је V запремина тела урођеног у флуид. Сви параметри који утичу на вредност вискозности се не мењају тако да је и вредност коефицијента вискозности све време мерења константна.

Z

s [cm]	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0
t_1[s]	1,33	2,01	2,67	3,31	4,00	4,68
t_2[s]	1,35	2,02	2,66	3,31	3,99	4,68
t_3[s]	1,33	2,01	2,67	3,33	4,01	4,66

[20п]

Задатке припремили:
др *Петар Мали*, ПМФ, Нови Сад,
Светислав Мијатовић,Физички факултет, Београд

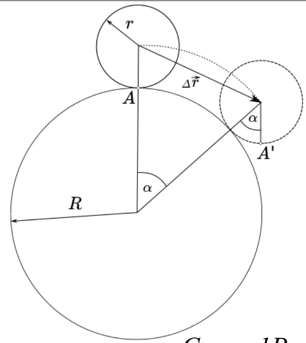
Рецензент:*Зоран П. Поповић*,
Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичењеза средње школе:
Доц.др*Божидар Николић*,
Физички факултет, Београд

I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-фермионска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

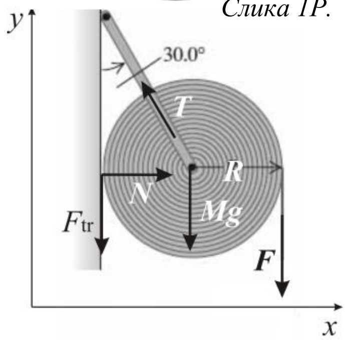


Слика 1Р.

P1. .а) Уколико мањи ваљак направи 1 обртај то значи да је по већем прешао пут αR, где је α угао који заклапа правац кроз центре ваљака са y осом. Из услова да нема проклизавања тај пут је једнак луку на малом ваљку $(2\pi-\alpha)r$. Из $(2\pi-\alpha)r=\alpha R$ добија се угао који пређе центар мањег ваљка док направи 1 обртај $\alpha=2r\pi/(R+r)$. Угао за n обртаја биће $\theta=\frac{2nr\pi}{R+r}=57{,}6°$. **[4п]**. Тада је пут који пређе центар ваљка једнак $s=\frac{\theta}{360^o}2(r+R)\pi=\frac{n2r\pi}{2(R+r)\pi}2(r+R)\pi=n2r\pi$**[3п]**, $s=0{,}628m$**[1п].**

б) По дефиницији је $\langle v\rangle=\frac{s}{t-t_0}$, $\langle v\rangle=0{,}209m/s$ **[4п]**.

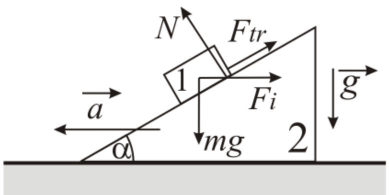
в) $\langle\vec{v}\rangle$ је по дефиницији једнако $\langle\vec{v}\rangle=\frac{\vec{r_2}-\vec{r_1}}{t-t_0}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{t}$, а интензитет вектора померајa је једнак $\left|\overrightarrow{\Delta r}\right|=\sqrt{2(R+r)^2(1-\cos\theta)}$, одакле налазимо $|\langle\vec{v}\rangle|=0{,}201m/s$. **Овај део задатка (под в)) не улази у укупан број поена зато што излази из оквира градива 1. разреда.**



Слика 2Р.

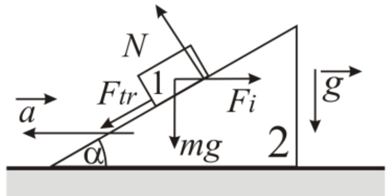
P2. Из услова да нема транслаторног кретања ролне папира добију се једначине $x{:}\frac{T}{2}-N=0$ [**2**п], $y{:}T\frac{\sqrt{3}}{2}-Mg-F-F_{tr}=0$ [**2**п]. Сила трења на папир делује надоле, тако да спречава његово одмотавање $F_{tr}=N\mu=\frac{\mu T}{2}$ [**2**п] (видети слику 2Р). Из претходних једначина добију се изрази редом за затезање у држачу и силе трења $T=\frac{Mg+F}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\mu}{2}}$[**3**п], $F_{tr}=\frac{\mu(Mg+F)}{\sqrt{3}-\mu}$ [**3**п]. Једначина ротационог кретања система ролна папира-шипка је $(F-F_{tr})R=I\alpha$ [**3**п]. Решавањем система једначина добија се коначна формула за интензитет угаоног убрзања $\alpha=\frac{R(\sqrt{3}F-2\mu F-Mg\mu)}{I(\sqrt{3}-\mu)}$[**4**п], а одавде се израчуна нумеричка вредност $\alpha=16{,}2\frac{rad}{s^2}$ [**1**п].

P3. Силе које делују на тело када се призма креће минималним убрзањем тако да се тело не креће низ призму илустроване су на слици (систем је посматран у неинерцијалном систему везаном за призму слика 1а). Тада важи $\frac{mg}{2}=F_{in}\frac{\sqrt{3}}{2}+F_{tr}$ за кретање дуж равни призме **[2п]**, а нормално на раванје испуњено $N=mg\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{F_{in}}{2}$**[2п]**, где је $F_{in}=ma$ **[1п]**. Пошто се тражи да тело мирује у односу на призму следи да је трење статичко, односно да је $F_{tr}\leq\mu N$ **[1п]**. Из овога се добија $\frac{mg}{2}-ma\frac{\sqrt{3}}{2}\leq\mu\left(mg\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{ma}{2}\right)$**[2п]**, тј $a\geq g\frac{\frac{1}{2}-\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}+\sqrt{3}/2}$ **[1п]**.



Слика 1а.

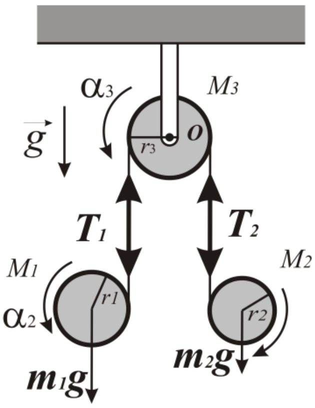
Тражи се минимално убрзање и оно је једнако $a_{min}=g\frac{\frac{1}{2}-\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}+\sqrt{3}/2}=4{,}43\frac{m}{s^2}$**[1п]**. За максимално убрзање при ком не долази до кретања тела 1 уз призму силе су усмерене као на слици 1б. Једначине кретања тела 1 у том случају су: $\frac{mg}{2}=F_{in}\frac{\sqrt{3}}{2}-F_{tr}$**[2п]**, односно $N=mg\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{F_{in}}{2}$ **[2п]**. Комбинујући дате једначине и услов $F_{tr}\leq\mu N$**[1п]**, добија се $ma\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{mg}{2}\leq\mu(mg\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{ma}{2})$ **[2п]**, односно $a\leq$



Слика 1б.

$g\frac{\frac{1}{2}+\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\mu/2}$ **[1п]**. Максимално убрзање је $a_{max}=g\frac{\frac{1}{2}+\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\mu/2}=7{,}05\frac{m}{s^2}$ **[1п]**. Ако је интензитет убрзања призме у интервалу између 4,43 и 7,05m/s^2 тело 1 се неће кретати у односу на призму **[1п]**.

P4. Једначина транслаторног и ротационог кретања за први котур је $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$ [**2**п], $T_1 r_1 = \frac{1}{2} m_1 r^2{}_1 \alpha_1$ [**2**п] а за други котур $m_2 a_2 = m_2 g - T_2$[**2**п], $T_2 r_2 = \frac{1}{2} m_2 r^2{}_2 \alpha_2$ [**2**п]. Динамика ротације трећег котура M_3 је опсана једначином $(T_1 - T_2) r_3 = \frac{1}{2} m_3 r^2{}_3 \alpha_3$[**2**п], а једначине које повезују транслаторана убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем, њихова угаона убрзања и угаоно убрзање котура M_3 су $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = a_1$ [**1**п], $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = a_2$ [**1**п]. Елиминацијом сила затезања неистегљиве и безмасене нити добију се једначине $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_1 \alpha_1}{2}$, $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_2 \alpha_2}{2}$, $m_1 r_1 \alpha_1 - m_2 r_2 \alpha_2 = m_3 r_3 \alpha_3$[**2**п]. Решавањем овог система једначина добије се угаоно убрзање котура M_3 као $\alpha_3 = \frac{g(m_1 - m_2)}{r_3\left(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2}\right)}$ [**2**п]. Из претходних једначина могу се добити следеће везе $\alpha_1 r_1 = \frac{2}{3} g \frac{\left(2m_2 + \frac{3}{2} m_3\right)}{\left(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2}\right)}$[**1**п], $\alpha_2 r_2 = \frac{2}{3} g \frac{\left(2m_1 + \frac{3}{2} m_3\right)}{\left(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2}\right)}$[**1**п], које се могу искористити за налажење транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 редом $a_1 = g \frac{\left(m_1 + m_3 + \frac{1}{3} m_2\right)}{\left(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п], $a_2 = g \frac{\left(m_2 + m_3 + \frac{1}{3} m_1\right)}{\left(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п].



P5. Силе које делују на тело су: сила потиска навише, Стоксова сила навише и гравитациона сила наниже. Речено је да се током мерења времена тело креће у режиму константне брзине, што значи да је векторски збир сила нула, односно:

$$mg = F_S + F_p \text{ [0,5п]},$$

односно

$$\rho_o \frac{4}{3} r^3 \pi g = 6\pi r v \eta + \rho_g \frac{4}{3} r^3 \pi g \text{ [0,5п]}.$$

При константном кретању је

$$v = \frac{s}{t} ,$$

одакле добијамо:

$$t = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_o - \rho_g)} s \text{ [0,5п]}.$$

Овде видимо да је зависност $t = f(s)$ линеарна, са коефицијентом правца праве

$$k = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_o - \rho_g)} \text{ [0,5п]}.$$

Одатле се може наћи коефицијент вискозности преко формуле

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_o - \rho_g)k}{9} \text{ [0,5п]}.$$

Мерени и обрађени подаци су дати у табели (грешка за мерење дужине је свуда иста Δ*s*=0,1 cm, тако да није писана у табели, а грешка за време се рачуна као веће од тачности инструмента и максималног одступања средње вредности од појединачних мерења):

N^0	s[cm]	t_i[s]	$t=t_{sr}$[s]	Δt[s]
1	8	1,33 1,35 1,33	1,3367	0,0133 0,02
2	12	2,01 2,02 2,01	2,0133	0,01
3	16	2,67 2,66 2,67	2,6667	0,01
4	20	3,31 3,31 3,33	3,3167	0,0133 0,02
5	24	4,00 3,99 4,01	4,0000	0,01
6	28	4,68 4,68 4,66	4,6733	0,0133 0,02

[Свака колона у табели по 1п=2п]

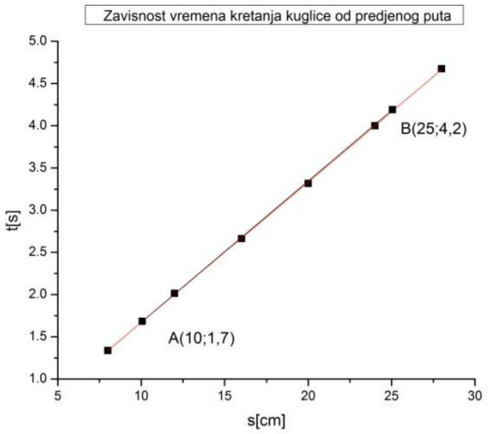
Помоћу података из табеле се црта график $t = f(s)$, уцрта права која најбоље одговара подацима, и са ње се (у циљу одређивања коефицијента правца) бирају две тачке, на пример: тачка $A(10cm; 1{,}7s)$ између прве и друге експерименталне тачке, и тачка $B(25cm; 4{,}2s)$ између предпоследње и последње експерименталне тачке; ове две тачке

се бирају унутар опсега података тако да се њихове координате што тачније очитавају и да растојање између тачака буде што веће (да би грешка коефицијента правца била што мања) **[1п]**.
Са предложеним избором налазимо да је коефицијент правца праве

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 0{,}166667\frac{s}{cm} = 16{,}6667\frac{s}{m}\textbf{[0,5п]},$$

одакле је коефицијент вискозности

$$\eta = 1{,}46466\ Pa\ \cdot s\textbf{[1п]}.$$



[График 5п]

Грешку за коефицијент правца израчунавамо по формули

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} + \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|}\textbf{[1п]},$$

Где се грешке за тачке које су очитане са графика процењују тако што бирамо већу од грешака експерименталних тачака између којих се налазе. Тако, налазимода је $\Delta x_A = \Delta x_B = 0{,}1cm$**[0,5п]**, $\Delta y_A = \ \Delta y_B = 0{,}02s$**[0,5п]**, на основу чега је $\Delta k = 0{,}5\frac{s}{m}$**[1п]**, односно

$$k = (16{,}7 \pm 0{,}5)\frac{s}{m}\textbf{[1п]}.$$

Даље је потребно срачунати грешку за коефицијент вискозности, помоћу правила за релативну грешку производа и количника, односно апсолутну грешку збира и разлике, као

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta\rho_o + \Delta\rho_g}{|\rho_o - \rho_g|} + \frac{\Delta k}{k} + \frac{2\Delta r}{r}\textbf{[2п]}.$$

Из података задатка закључује се да је $\Delta g = 0$, $\Delta\rho_o = \Delta\rho_g = 10kg/m^3$, $\Delta r = 0{,}01cm$, односно после замене бројних вредности је $\Delta\eta = 0{,}19233Pa\ \cdot s$**[1п]**. Укупно:

$$\eta = (1{,}5 \pm 0{,}2)Pa\ \cdot s\textbf{[1п]}.$$

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ- бозонска категорија

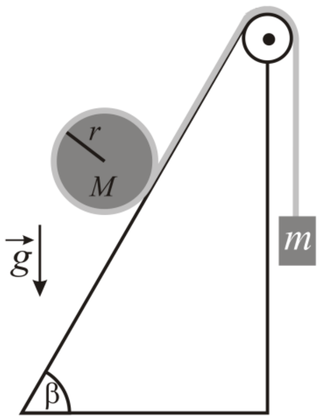
I РАЗРЕД

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

1. Два права пута секу се под правим углом. По једном од њих се креће камион брзином v_1=54 km/h, а по другом аутомобил брзином v_2=90 km/h. У почетном тренутку оба возила се налазе на удаљености s=400 m од раскрснице, при чему се оба крећу ка раскрсници. После колико времена од почетног тренутка ће растојање између камиона и аутомобила бити најмање? Аутомобил и камион се све време крећу равномерно праволинијски.

[20п]

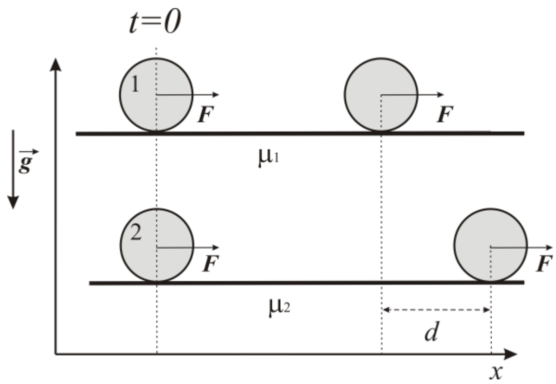
2. Око хомогеног цилиндра масе M, радијуса r и момента инерције I око осе ротације (центра цилиндра), намотана је флексибилна, неистегљива трака занемерљиве дебљине и масе. Цилиндар са траком је постављен на идеално глатку, непокретну стрму раван нагибног угла β=60°, а трака је пребачена преко лаког (идеалног) котура који ротира без трења око своје осе, и на њен крај је окачен тег масе m као на слици 1. Између траке и цилиндра као и између траке и котура нема проклизавања, док се трака по стрмој равни клиза без трења. Ако се тела крећу праволинијски тако да тег убрзава нагоре а цилиндар низ стрму раван, наћи убрзање цилиндра у односу на непокретни систем, његово угаоно убрзање и убрзање тега.



Слика 1.

[20п]

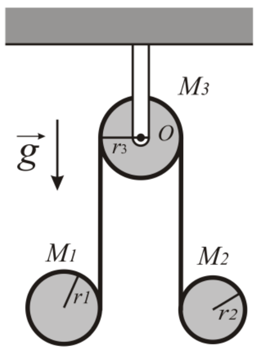
3. Два идентична хомогена ваљка маса m_1=m_2=m=1kg мирују на паралелним хоризонталним равнима од различитих материјала. У почетном тренутку (t=0) x координате центара (оса ротације) оба ваљка су исте (видети слику 2). На центре оба ваљка у истом тренутку почну да делују силе истих интензитета F=5N у позитивном смеру x осе као на слици. Коефицијент трења између ваљка 1 и равни је μ_1=1/3, а ваљка 2 и равни је μ_2=1/9. Колике ће бити брзине центара ваљака у тренутку када је разлика њихових x координата d=1m. Осе ваљака (осе ротације) су све време паралелне (g=9,81 m/s^2) .



Слика 2.

[20п]

4. На хомогене котурове M_1 и M_2 маса m_1, m_2 и радијуса r_1, r_2 редом намотана је неистегљива безмасена нит, пребачена преко котура M_3 масе m_3 и радијуса r_3 (видети слику 3). Котур M_3 без трења ротира око осе O (оса симетрије M_3). Момент инерције сваког котура око осе симетрије се рачуна по формули $mr^2/2$. Током кретања нит не проклизава преко котурова, све време је вертикална од M_3 до M_1 као и од M_3 до M_2, то јесте M_1 и M_2 се крећу праволинијски. Наћи угаоно убрзање α_3 котура M_3 као и интензитете транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем. Центри котурова M_1 и M_2 односу на непокретни систем се крећу надоле.



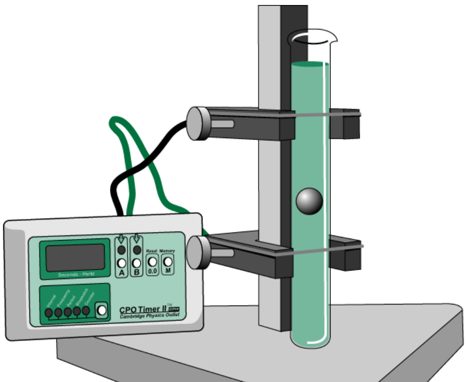
Слика 3.

[20п]

5. *Вискозност*

Познато је да се при протицању течности кроз цев сви делови течности не крећу истом брзином. Највећу брзину имају делови течности дуж осе цеви, а најмању делови уз зидове цеви. Течност се кроз цев не креће као целина, већ у слојевима који клизе један по другоме различитим брзинама. Ова појава се дешава и при кретању равне даске, танкера или сплава по мирном језеру. Када се тело покрене и вода почиње да се креће, али не као целина, већ по деловима (слојевима) који имају различите брзине. Брзина слојева течности опада повећањем растојања од пловног објекта. У течностима се јављају силе које се супротстављају кретању тела кроз течности. Набројане чињенице и појаве објашњавају се као последица постојања силе унутрашњег трења у течностима, **вискозности**. Сила вискозности, или Стоксова сила, успорава кретање тела кроз течност, тј делује супротно смеру кретања тела. За куглицу која се креће кроз течност, у посуди чије су димензије много веће од радијуса кулице, интензитет Стоксове силе се рачуна по формули $F_S = 6\pi r v \eta$, где је r полупречник куглице, v брзина куглице, а η коефицијент вискозности дате течности.

Циљ постављеног експеримнета је да се одреди коефицијент вискозности глицерина. У ту сврху је пуштена да пада оловна куглица полупречника r=(0,20±0,01) cm густине ρ_o=(11340±10) kg/m^3 кроз посуду са глицерином (чија је ширина много већа од радијуса куглице). Услед деловања Стоксове силе куглица врло брзо стигне у режим у ком се креће константном брзином. На посуди са глицерином су постављени сензори на растојању s који мере време t за које куглица пређе растојање s између сензора. Мерење времена почиње када први сензор детектује куглицу и завршава се када то исто уради и други (слика). За сваку дужину пређеног пута s време се мери три пута. Тачност сензора помоћу којих се мери време је 0,01s. Резултати мерења су дати у табели. Апсолутна грешка мерења дужине је Δs=0,1cm. Куглица се пушта са довољно велике висине тако да се између сензора креће константном брзином. Густина глицерина је ρ_g=(1260±10) kg/m^3, убрзање Земљине теже g=9,808 m/s^2 (дато без грешке). Јединица за коефицијент вискозности је $Pa \cdot s$ $\left(Pa \cdot s = \frac{N}{m^2}s\right)$.



Напомена: На свако тело које се налази у флуиду густине ρ делује сила потиска навише (супротно од смера деловања гравитационе силе), која је по интензитету једнака $F_p = \rho V g$, где је V запремина тела уроњеног у флуид. Сви параметри који утичу на вредност вискозности се не мењају тако да је и вредност коефицијента вискозности све време мерења константна.

s [cm]	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0
t_1[s]	1,33	2,01	2,67	3,31	4,00	4,68
t_2[s]	1,35	2,02	2,66	3,31	3,99	4,68
t_3[s]	1,33	2,01	2,67	3,33	4,01	4,66

[20п]

Задатке припремили:
др *Петар Мали*, ПМФ, Нови Сад,
Светислав Мијатовић,Физички факултет, Београд

Рецензент:
Зоран П. Поповић,
Физички факултет, Београд

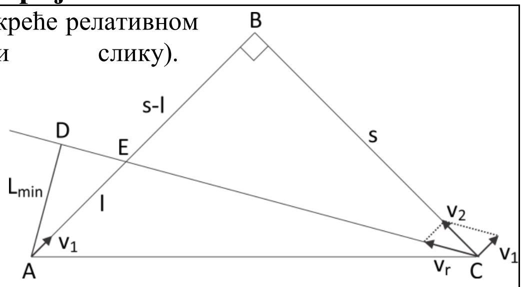
Председник Државне комисије за такмичења ученика средњих школа из физике:
Доц. др *Божидар Николић*,
Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ

I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- бозонска категорија

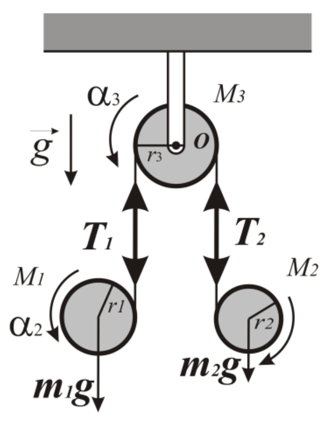
ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.



P1.. Посматрајмо као да се камион не помера из тачке A, а да се аутомобил креће релативном брзином из тачке C $\vec{v_r}$ **[4п]** (видети слику). На основу сличности троуглова је $\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$, односно $L_{min} = \frac{ls}{\sqrt{(s-l)^2+s^2}}$. **[4п]** Даље из сличности троуглова је $\frac{\overline{EB}}{\overline{BC}} = \frac{v_1}{v_2}$ одатле се добија да је $l = s\frac{v_2-v_1}{v_2}$ **[4п].** Комбиновањем релација добија се $L_{min} = \frac{s(v_2-v_1)}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$. **[3п]** На основу $\overline{DC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2}$ и $\overline{AC} = s\sqrt{2}$ добија се да је $t = \frac{\sqrt{2s^2-L_{min}^2}}{v_r}$, **[2п]** где је $v_r = \sqrt{v_1^2+v_2^2}$ **[1п]**. Заменом бројних вредности добија се L_{min}=137,2 m, **[1п]** док је t=18,8 s **[1п].**

P2..Једначине транслације и ротације за цилиндар су $Ma_1 = \frac{Mg\sqrt{3}}{2} - T$ [**2**п], $Tr = I\alpha$ [**2**п], а ако претпоставимо да се тег креће навише важи једначина $ma_2 = T - mg$ [**2**п]. Веза између транслаторних убрзања тела у односу на непокретни систем и угаоног убрзања цилиндра у овом случају је $a_1 = a_2 + \alpha r$ **[2п].** Заменом силе затезања из једначине ротације у једначину транслаторног кретања цилиндра добије се $Ma_1 = \frac{Mg\sqrt{3}}{2} - \frac{I\alpha}{r}$ [**1**п], а елиминацијом a_2 из везе убрзања и заменом у једначини транслаторног кретања тега добије се $m(a_1 - \alpha r) = T - mg$ [**1**п]. Одавде се добије веза између угаоног и транслаторног убрзања цилиндра $\alpha = \frac{mr(a_1+g)}{I+mr^2}$ [**1**п]. Решавањем система једначина добије се транслаторно убрзање цилиндра у односу на непокретни систем $a_1 = g\frac{I\left(\frac{M\sqrt{3}}{2}-m\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}Mmr^2}{I(M+m)+Mmr^2}$ [**3**п], затим угаоно убрзање цилиндра $\alpha = g\frac{Mmr}{I(M+m)+Mmr^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ [**3**п] и транслаторно убрзање тега $a_2 = g\frac{I\left(\frac{M\sqrt{3}}{2}-m\right)-Mmr^2}{I(M+m)+Mmr^2}$ [**3**п].

P3. Једначине транслаторног и ротационог кретања за ваљке су $ma = F - F_{tr}$, $\frac{mr^2}{2}\alpha = F_{tr}r$ **[2п].** Потребно је испитати да ли је котрљање без клизања. У случају да је котрљање без клизања веза између транслаторног и угаоног убрзања је $a = r\alpha$, одакле је $F_{tr} = \frac{F}{3}$ **[2п].** Услов да нема проклизавања је $F_{tr} \leq \mu mg$, **[2п]**односно из података датих у задатку $\frac{F}{3mg} = 0{,}17 \leq \mu$ **[4п].** Заменом бројних вредности видимо да се ваљак 1 котрља без клизања, док се ваљак 2 све време котрља са клизањем **[1п]**. Убрзање ваљка 1 је према томе $a_1 = \frac{2F}{3m} = 3{,}33\text{m/s}^2$ **[2п].** Једначина транслације за други ваљак је $ma_2 = F - \mu_2 mg$, **[1п]** одакле се добије $a_2 = \frac{F}{m} - \mu_2 g = 3{,}91\text{m/s}^2$ **[1п].** Разлика пређених путева ваљака при равномерном убрзавању без почетне брзине износи $d = \frac{(a_2-a_1)t^2}{2}$, **[1п]** одакле се добија време $t = \sqrt{\frac{2d}{a_2-a_1}} = 1{,}862s$ **[1п].** Брзине центара ваљака у том тренутку су $v_1 = a_1 t$ и $v_2 = a_2 t$, **[2п]** одакле се заменом бројних вредности добија v_1=6,19m/s, v_2=7,28m/s **[1п].**



P4. Једначина транслаторног и ротационог кретања за први котур је $m_1a_1 = m_1g - T_1$ [**2**п], $T_1r_1 = \frac{1}{2}m_1r^2{}_1\alpha_1$[**2**п] а за други котур $m_2a_2 = m_2g - T_2$ [**2**п], $T_2r_2 = \frac{1}{2}m_2r^2{}_2\alpha_2$ [**2**п]. Динамика ротације трећег котура M_3 је опсана једначином $(T_1 - T_2)r_3 = \frac{1}{2}m_3r^2{}_3\alpha_3$ [**2**п], а једначине које повезују транслаторана убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем, њихова угаона убрзања и угаоно убрзање котура M_3 су $r_1\alpha_1 + r_3\alpha_3 = a_1$ [**1**п], $r_2\alpha_2 - r_3\alpha_3 = a_2$[**1**п]. Елиминацијом сила затезања неистегљиве и безмасене нити добију се једначине $r_1\alpha_1 + r_3\alpha_3 = g - \frac{r_1\alpha_1}{2}$, $r_2\alpha_2 - r_3\alpha_3 = g - \frac{r_2\alpha_2}{2}$, $m_1r_1\alpha_1 - m_2r_2\alpha_2 = m_3r_3\alpha_3$ [**2**п]. Решавањем овог система једначина добије се угаоно убрзање котура M_3 као $\alpha_3 = \frac{g(m_1-m_2)}{r_3\left(m_1+m_2+\frac{3m_3}{2}\right)}$ [**2**п]. Из претходних једначина могу се добити следеће везе $\alpha_1r_1 = \frac{2}{3}g\frac{\left(2m_2+\frac{3}{2}m_3\right)}{\left(m_1+m_2+\frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п], $\alpha_2r_2 = \frac{2}{3}g\frac{\left(2m_1+\frac{3}{2}m_3\right)}{\left(m_1+m_2+\frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п], које се могу искористити за налажење транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 редом $a_1 = g\frac{\left(m_1+m_3+\frac{1}{3}m_2\right)}{\left(m_1+m_2+\frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п], $a_2 = g\frac{\left(m_2+m_3+\frac{1}{3}m_1\right)}{\left(m_1+m_2+\frac{3m_3}{2}\right)}$ [**1**п].

P5. Силе које делују на тело су: сила потиска навише, Стоксова сила навише и гравитациона сила наниже. Речено је да се током мерења времена тело креће у режиму константне брзине, што значи да је векторски збир сила нула, односно:

$$mg = F_S + F_p$$ **[0,5п]**,

односно

$$\rho_o \frac{4}{3} r^3 \pi g = 6\pi r v \eta + \rho_g \frac{4}{3} r^3 \pi g$$ **[0,5п]**.

При константном кретању је

$$v = \frac{s}{t},$$

одакле добијамо:

$$t = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_o - \rho_g)} s$$ **[0,5п]**.

Овде видимо да је зависност $t = f(s)$ линеарна, са коефицијентом правца праве

$$k = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_o - \rho_g)}$$ **[0,5п]**.

Одатле се може наћи коефицијент вискозности преко формуле

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_o - \rho_g)k}{9}$$ **[0,5п]**.

Мерени и обрађени подаци су дати у табели (грешка за мерење дужине је свуда иста Δs=0,1 cm, тако да није писана у табели, а грешка за време се рачуна као веће од тачности инструмента и максималног одступања средње вредности од појединачних мерења):

N^0	s[cm]	t_i[s]	$t=t_{sr}$[s]	Δt[s]
1	8	1,33 1,35 1,33	1,3367	0,0133 0,02
2	12	2,01 2,02 2,01	2,0133	0,01
3	16	2,67 2,66 2,67	2,6667	0,01
4	20	3,31 3,31 3,33	3,3167	0,0133 0,02
5	24	4,00 3,99 4,01	4,0000	0,01
6	28	4,68 4,68 4,66	4,6733	0,0133 0,02

[Свака колона у табели по 1п=2п]

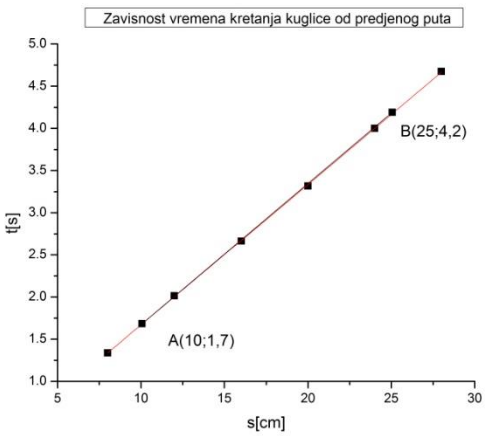
Помоћу података из табеле се црта график $t = f(s)$, уцрта права која најбоље одговара подацима, и са ње се (у циљу одређивања коефицијента правца) бирају две тачке, на пример: тачка $A(10cm; 1{,}7s)$ између прве и друге експерименталне тачке, и тачка $B(25cm; 4{,}2s)$ између предпоследње и последње експерименталне тачке; ове две тачке се бирају унутар опсега података тако да се њихове координате што тачније очитавају и да растојање између тачака буде што веће (да би грешка коефицијента правца била што мања) **[1п]**.

Са предложеним избором налазимо да је коефицијент правца праве

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 0{,}166667 \frac{s}{cm} = 16{,}6667 \frac{s}{m}$$ **[0,5п]**,

одакле је коефицијент вискозности

$$\eta = 1{,}46466\ Pa \cdot s$$ **[1п]**.



[График 5п]

Грешку за коефицијент правца израчунавамо по формули

$$\frac{\Delta k}{k}=\frac{\Delta x_B+\Delta x_A}{|x_B-x_A|}+\frac{\Delta y_B+\Delta y_A}{|y_B-y_A|}\ \textbf{[1п]},$$

где се грешке за тачке које су очитане са графика процењују тако што бирамо већу од грешака експерименталних тачака између којих се налазе. Тако, налазимо да је $\Delta x_A=\Delta x_B=0{,}1cm$ **[0,5п]**, $\Delta y_A=\ \Delta y_B=0{,}02\ s$ **[0,5п]**, на основу чега је $\Delta k=0{,}5\frac{s}{m}$ **[1п]**, односно

$$k=(16{,}7\pm0{,}5)\frac{s}{m}\ \textbf{[1п]}.$$

Даље је потребно срачунати грешку за коефицијент вискозности, помоћу правила за релативну грешку производа и количника, односно апсолутну грешку збира и разлике, као

$$\frac{\Delta\eta}{\eta}=\frac{\Delta\rho_o+\Delta\rho_g}{|\rho_o-\rho_g|}+\frac{\Delta k}{k}+\frac{2\Delta r}{r}\ \textbf{[2п]}.$$

Из података задатка закључује се да је $\Delta g=0$, $\Delta\rho_o=\Delta\rho_g=10kg/m^3$, $\Delta r=0{,}01\ cm$, односно после замене бројних вредности је $\Delta\eta=0{,}19233\ Pa\cdot s$ **[1п]**. Укупно:

$$\eta=(1{,}5\pm0{,}2)\ Pa\cdot s\ \ \textbf{[1п]}.$$