

**ДЕСЕТА СРПСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**

**Београд, 21.05.2016.**

1. Дат је троугао  $ABC$  са правим углом код темена  $C$ . Нека је  $D$  подножје висине троугла из темена  $C$ , а  $k$  кружница која додирује дуж  $BD$  у тачки  $E$ , дуж  $CD$  у тачки  $F$  и описану кружницу троугла  $ABC$  у тачки  $G$ .
  - (а) Доказати да су тачке  $A$ ,  $F$  и  $G$  колинеарне.
  - (б) Изразити полупречник кружнице  $k$  у зависности од дужина страна датог троугла  $ABC$ .
2. Одредити минимални број делилаца који у скупу природних бројева може имати број облика  $|2016^m - 36^n|$ , где су  $m$  и  $n$  природни бројеви.
3. У два суседна поља (димензија  $1 \times 1$ ) квадратне табле  $10 \times 10$  налази се благо. Перица треба да погоди која су то поља. Једним потезом он може да изабере неко поље табле и да добије информацију да ли се у њему налази благо или не. Одредити минимални број потеза који је, уз одговарајућу стратегију, увек довољан да Перица са сигурношћу одреди поља у којима се благо налази.
4. Доказати да за позитивне реалне бројеве  $a, b, c$  важи неједнакост

$$\frac{2a}{\sqrt{3a+b}} + \frac{2b}{\sqrt{3b+c}} + \frac{2c}{\sqrt{3c+a}} \leq \sqrt{3(a+b+c)}.$$

Сваки задатак вреди 10 поена

Време са рад 240 минута