

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
10.05.2014.**

VI РАЗРЕД

1. Вера је помножила пет једноцифрених бројева и то множење записала на папиру. Када је изашла из учионице Славољуб је обрисао две цифре у том запису и уместо њих записао друге две цифре. Када се вратила у учионицу Вера је на папиру затекла следећи запис:

$$4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2247.$$

Које множење је Вера записала пре Славољубових исправки?

2. У оштроуглом троуглу ABC тачка H је ортоцентар троугла, а тачка O центар описаног круга око троугла ABC . Нека је D тачка таква да је $ADBH$ паралелограм. Докажи да је O средиште дужи CD .
3. Нека је ABC једнакокраки троугао ($AB = BC$). На полуправим CA , AB и BC означене су редом тачке D , E и F такве да је $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$. Израчунај збир углова ADB , BEC и CFA .
4. На свакој страници троугла дате су по 4 тачке, тако да се ниједна не поклапа са теменом троугла. Колико је троуглова одређено овим тачкама?
5. У математичкој секцији је било 25 чланова. Када се у секцију уписало 7 нових чланова, проценат девојчица у секцији повећао се за 10. Колико је после тога било девојчица у математичкој секцији?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 10.05.2014.**

VII РАЗРЕД

- 1.** Одреди све реалне бројеве x, y и z такве да важи:

$$xy + yz + zx = 2x\sqrt{y-1} + 2y\sqrt{z-1} + 2z\sqrt{x-1}.$$

- 2.** Нека је O центар описане кружнице око правилног петоугла $ABCDE$. Докажи да кружница описана око троугла ABO , осим тачака A и B , садржи тачке пресека још двају парова дијагонала петоугла.
- 3.** На једном тестирању 67 ученика решавало је 6 задатака. Сви ученици су дали одговор на сваки задатак. Одговори на сва питања су ДА или НЕ. За тачно решен задатак под редним бројем k ($k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) ученик добија k поена, а за нетачно решен задатак одузима му се k поена.
- Докажи да је бар четворо ученика остварило исти број поена на тестирању.
 - Докажи да је бар двоје ученика имало исте одговоре на сваком од шест задатака.
- 4.** На крацима AB и AC једнакокраког троугла ABC означене су редом тачке K и L тако да је $AK = CL$ и $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$. Докажи да је $KL = BC$.
- 5.** На две клупе седи по шесторо деце. Сви имају различит број година и број година сваког детета је цео број. Збир и производ броја година деце са једне клупе једнак је збиру, односно производу броја година деце са друге клупе. Најстарије дете има 16 година. Колико година имају деца која седе на истој клупи са њим?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
10.05.2014.**

VIII РАЗРЕД

1. Одреди све парове целих бројева (m, n) за које важи
$$m(m + 1) = n(n + 2).$$
2. Докажи да је вредност полинома $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ позитивна за свако реално x .
3. Око квадрата $ABCD$ описана је кружница. Нека је EF пречник те кружнице, при чему је E тачка мањег лука AB . Нека су K и L средишта дужи CE и CB , редом. Докажи да се дужи DL и FK секу на дијагонали AC .
4. Седам риболоваца уловило је тачно 100 риба. Међу њима не постоје два која су уловила исти број риба. Докажи да су нека тројица од њих уловила заједно бар 50 риба.
5. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Одреди угао између равни ACD_1 и AB_1C_1D .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.