

**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

**41. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

Ниш, 18. мај 2008.

VI РАЗРЕД

1. Збир година рођења Марка, Маркове сестре и Маркове мајке је 5 923. Ако је 2 000-те године Марко напунио два пута више година него његова сестра, а два пута мање година него његова мајка, колико година је Марко напунио 2 008. године?
2. Дијагонале AC и BD паралелограма $ABCD$ се секу у тачки O . Тачка M је на правој AB , при чему је $\angle AMO = \angle MAD$. Доказати да је $MC = MD$.
3. Дати су природни бројеви од 1 до 2 008. Доказати да међу њима има мање од 604 проста броја.
4. У правоуглом троуглу ABC тачка D је подножје хипотенузине висине, а тачке E и F су средишта катета AC и BC . Доказати да тачке C , D , E и F припадају истој кружници.
5. Дато је пет бројева: $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $a_3 = -1$, $a_4 = 1$, $a_5 = -1$. Шести број је једнак производу првог и другог броја, седми број је једнак производу другог и трећег броја, а осми број је једнак производу трећег и четвртог броја. Сваки следећи број је једнак производу бројева који су за четири и за пет места испред њега. Који број је на 2 008. месту? Израчунај збир првих 2 008 бројева.

Решење сваког задатка треба детаљно образложити.

Сваки задатак вреди 20 бодова.

Време за рад: 180 минута.

Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона

**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

**41. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

Ниш, 18. мај 2008.

VII РАЗРЕД

1. Одреди све целе бројеве x и y такве да је $x^4 + y^{2008} = 2x^2$.
2. Дате су две паралелне тетиве кружнице чије су дужине 12cm и 8cm . Ако је разлика растојања ових тетива од центра кружнице 2cm , израчунај дужину тетиве која је подједнако удаљена од дате две.
3. Са $f(n)$ означимо број колико пута је потребно да се притисне типка "корен" на калкулатору тако да од броја n добијемо број мањи од 2. На пример, $f(2) = 1$, $f(5) = 2$. За колико природних бројева n ($1 < n < 2008$) је број $f(n)$ паран?
4. Дат је правоугли трапез $ABCD$, при чему је $AB = 6$ и $CD = DA = 4$, а $\angle A = \angle D = 90^\circ$. Разрежи дати трапез на три дела и од њих састави квадрат.
5. Колико има 2008-цифрених бројева у чијем се запису не појављује цифра 3, а који су дељиви са 3.

Решење сваког задатка треба детаљно образложити.

Сваки задатак вреди 20 бодова.

Време за рад: 180 минута.

Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона

МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

41. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Ниш, 18. мај 2008.

VIII РАЗРЕД

1. У правоугаонику $ABCD$, M је средиште странице CD , а N је пресечна тачка дужи AM и BD . Израчунај површину правоугаоника $ABCD$ ако је $ND = 3\text{cm}$ и $AN = 4\text{cm}$.

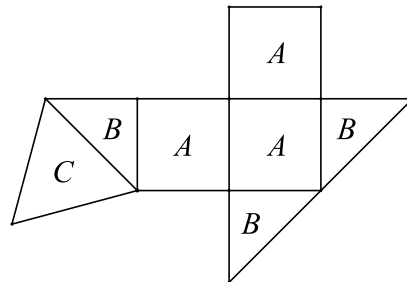
2. Одреди све целе бројеве a , b и c за које је

$$|a - b| + c = 19 \quad \text{и} \quad ab - |c| = -97$$

3. Постоје ли цели бројеви x и y такви да је

$$x^5 - y^5 - 5x^3 + 4x + y = 2008?$$

4. Израчунај запремину тела чија је мрежа (види слику) састављена од 3 квадрата странице a (означена са A), 3 једнакокрака правоугла троугла (означена са B) и једног једнако-страничног троугла (означен са C).



5. Квадрат је са 8 правих, од којих су 4 паралелне једној, а 4 паралелне њој суседној страници квадрата, подељен на 25 правоугаоника. Доказати да ако међу добијених 25 правоугаоника има тачно 4 квадрата, онда су бар два од њих подударна.

Решење сваког задатка треба детаљно образложити.

Сваки задатак вреди 20 бодова.

Време за рад: 180 минута.

Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона