Назив проблема: Маје

Цивилизација маја је једна од најпознатијих древних цивилизација. Ова цивилизација је, између осталог, позната по њиховој, за тај период, веома напредној математици. Маје су биле опчињене неопадајућим низовима бројева, тј. низовима који задовољавају да је сваки елемент низа, сем првог, већи или једнак од претходног у низу.

Маје су веровале да се неке битне особине низа могу открити тако што се низ трансформише у неопадајући низ бројева. Међутим, пошто су веровале да се редослед елемената у низу не сме мењати, маје су користиле специјалну операцију над елементима низа како би га трансформисале. Дозвољена операција узима један од бројева из низа и редом пребацује неколико цифара (могуће њих 0) са почетка броја на његов крај.

Нпр. примењујући ову операцију на број 12345, могуће је добити један од бројева (усправном цртом је означена група цифара која се пребацује на крај броја):

- $|12345 \to 12345$
- $1|2345 \to 23451$
- $12|345 \to 34512$
- $123|45 \to 45123$
- $1234|5 \to 51234$

Ваш задатак је да за дати низ бројева одредите да ли је могуће да се примењујући описану операцију на **сваки елемент низа тачно једном**, добије неопадајући низ елемената.

Улаз. У првом реду стандардног улаза се налази природан број N који представља дужину низа. У другом реду се налази N природних бројева који представљају низ.

Излаз. У првом и јединном реду стандардног излаза ваш програм треба да испише "DA" уколико је могуће трансформисати дати низ у неопадајући, примењујући описану операцију на сваки елемент низа тачно једном. У супротном, у првом реду стандардног излаза ваш програм треба да испише "NE".

Пример 1.

Улаз	Излаз
`5`	`DA`
`3302 142 214 115 600`	

Пример 2.

Улаз	Излаз
`3`	`NE`
`24 15 33`	

Објашњење. У првом тест примеру, један од начина да се низ трансформише у неопадајући низ бројева је да се одраде следеће операције над бројевима:

$$33|02 \to 0233,\ 1|42 \to 421,\ 21|4 \to 421,\ 11|5 \to 511,\ |600 \to 600$$

Овим операцијама се добија низ бројева: 233 421 421 511 600, који је неопадајући.

Низ дат у другом тест примеру није могуће трансформисати описаном операцијом у неопадајући низ бројева.

Ограничења.

- $n \leq 10^6$
- сви бројеви у датом низу су имеђу 0 и 10^9, укључујући и ове бројеве

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у 4 подзадатка, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [10 поена]**: сви бројеви у датом низу су мањи од 10
- **Подзадатак 2 [20 поена]**: $n = 2$
- **Подзадатак 3 [20 поена]**: сви бројеви у датом низу су мањи од 100
- **Подзадатак 4 [50 poena]**: нема додатних ограничења

Напомена. Приметити да се, применом операције на одређени број, цифре 0 могу наћи на почетку броја. У овом случају се не посматрају ове нуле, тј. посматра се број без водећих нула. Такође, приметити да у улазу бројеви неће имати водеће нуле.

Назив проблема: Краљ Артур

Краљ Артур припрема своје војнике за одлучујућу битку против Саксонаца. Како би искористиле свој пун потенцијал на бојном пољу, неопходно је за сваку од m армија одабрати по једног команданта. Све армије имају исти број војника, и он износи n. Артур зна да сваки командант мора да добро познаје војнике којима командује, па обично за ту улогу бира неког од војника из саме армије. Напредним прорачунима, схватио је да **укупна моћ** (тј. збир вештина свих команданата) не сме да буде превелика, јер тада може доћи до несугласица међу њима и постоји опасност да се армије сукобе међусобно. Истог трена је направио списак свих могућих избора m команданата и за сваки од избора забележио укупну моћ. Након тога је најсавременијим алгоритмом тог доба, „Бозо сорт"-ом, сортирао списак опадајуће по моћи.

Ипак, седам дана није успео да направи правилан избор. Осмог дана му је било доста, и одлучио је да пита свог мудрог чаробњака-саветника Мерлина за савет. Након дужег глађења седе браде, Мерлин је лупио магичан број k и рекао да је врло очигледно да је прави избор онај k-ти са Артуровог списка (при чему Мерлин зна да број могућих избора није мањи од k). Артуру ово свакако није било очигледно, и одмах је отишао да обавести витезове округлог стола о томе. Прво што су га витезови питали било је колика ће у том случају бити укупна моћ армије. Помозите Артуру, који је превише узбуђен да би се сетио тачног броја, да им одговори на питање.

Улаз. У првом реду стандардног улаза налазе се бројеви m, n i k, који представљају број армија, број војника у свакој армији, и Мерлинов магичан број, редом. Свака од наредних m линија садржи n бројева који означавају вештине војника. Бројеви у i-том реду се односе на војнике из i-те армије.

Излаз. У првом и јединoм реду стандардног излаза потребно је исписати одговор на витешко питање, тј. укупну моћ одабране армије.

Пример 1.

Улаз	Излаз

`2 3 6`
`2 3 1`
`4 5 6`
	`7`

Објашњење. Артур на располагању има две армије, и по три војника у свакој од њих. Кандидати за команданта прве армије су војници са вештинама из скупа $\{2, 3, 1\}$, а друге армије војници са вештинама из скупа $\{4, 5, 6\}$. Артуров сортиран списак свих могућих укупних моћи је: [9, 8, 8, 7, 7, **7**, 6, 6, 5]. Тражени број је шести број на списку, тј. 7.

Ограничења.

- $1 \leq m \leq 10$.
- $1 \leq n \leq 1000$.
- $1 \leq k \leq 10^{18}$.
- Вештине војника су ненегативни цели бројеви мањи или једнаки 1000.

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у 5 подзадатака, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [12 поена]**: $m = 1$.
- **Подзадатак 2 [15 поена]**: $k \leq 2$.
- **Подзадатак 3 [24 поена]**: $m \leq 4, n \leq 30$.
- **Подзадатак 4 [28 поена]**: $n \leq 6$.
- **Подзадатак 5 [21 поена]**: Нема додатних ограничења.

Назив проблема: Тихо Брдо

У средњевековном добу, у малом градићу Тихом Брду живело је чудовиште под називом Глутон, које је волело да терорише становнике овог града. Многи витезови су покушавали да убију Глутона, али ни један није успео да преживи тај сусрет.

Једног дана, храбри архитекта Давис је одлучио да нападне Глутона. Сазнао је да се Глутон заправо састоји из гомиле *делова*, који су међусобно спојени на тај начин да сваки део може *контролисати* неке друге делове. Глутон има тачно један део који представља његов *мозак*, и тај део није контролисан од стране иједног другог дела. Такође, Глутон може имати један или више делова који не контролишу ни један други део; ови делови представљају његове *канџе*. За сваку канџу постоји **тачно један скуп спојева** којим је мозак (директно или индиректно) контролише. Уколико Давис успешно одсече мозак од контролисања свих канџи, онда Глутон остаје потпуно безопасан.

Давис је употребио своје пројектне способности и закључио да је сваком од Глутонових спојева $x \to y$ могуће приписати *снагу* w неопходну да би се тај спој уништио. Дависова жеља је да уложи **минимално снаге** за одсецање мозга од канџи, па га занима које спојеве, **слева на десно**, треба да пресече да би то постигао. Уколико постоји више тачних решења, Давис би волео да уложена снага на почетку буде што је мања могућа, тј. тражи се **лексикографски најмање решење** од свих тачних решења.

За дата два низа, a и b, величина n и m, кажемо да је *a лексикографски мањи од b* уколико или постоји нека позиција i тако да је су до те позиције низови исти, а низ a је по i-том члану мањи, тј.

$$(a_i < b_i) \wedge (\forall j < i.\ a_j = b_j)$$

или се низови a и b поклапају на свим компатибилним позицијама, с тим да је низ a краћи, тј.

$$(n < m) \wedge (\forall j \leq n.\ a_j = b_j)$$

Примери: $\{1, 2, 3\} < \{2, 2, 3\}$; $\{1, 2, 3, 4\} < \{1, 2, 4, 4\}$; $\{1, 2, 3\} < \{1, 2, 3, 4\}$.

Заслепљен славом коју би стекао и покличима "Хвала храбри Дависе!" од становника уколико би онеспособио Глутона, Давис нема довољно стрпљења да израчуна решење. Замолио вас је за помоћ.

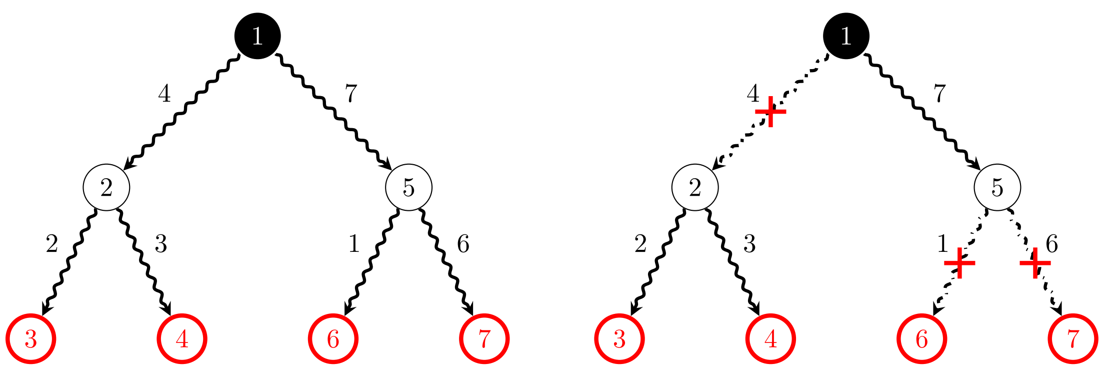
Улаз. У првом реду стандардног улаза налази се природан број n, који представља број Глутонових делова. Део са индексом 1 увек представља мозак. Затим следе описи делова, од мозга до дела са индексом n, редом, на следећи начин: у првом реду се налази цео број m_i, који представља број делова који су под директном контролом текућег дела. Уколико важи $m_i = 0$, онда је текући део канџа. У супротном, у другом реду се налази низ a од m_i природних бројева, који представља, **слева на десно**, индексе делова под директном контролом текућег дела. У трећем реду се налази низ w од m_i природних бројева, тако да j-ти члан низа w, w_j, означава снагу неопходну за уништење споја којим текући део контролише j-тог члана низа a, a_j.

Излаз. У првом реду стандардног излаза потребно је исписати минималну укупну снагу неопходну да би Давис онеспособио Глутона. У наредном реду неопходно је исписати *лексикографски најмањи* низ снага које ће требати Давису да би одсекао све неопходне спојеве, слева на десно, редом. Чланове низа треба одвојити размаком.

Пример 1.

Улаз	Излаз
`7`	`11`
`2`	`4 1 6`
`2 5`	
`4 7`	
`2`	
`3 4`	
`2 3`	
`0`	
`0`	
`2`	
`6 7`	
`1 6`	
`0`	
`0`	

Објашњење. На сликама испод налази се опис тест примера; лева слика представља почетно стање Глутона, а десна представља оптимално решење. Мозак је означен црном позадином, а канџе црвеном бојом. Прецртани и испрекидани спојеви представљају оне спојеве које Давис треба да уништи. Постоје *два решења* која захтевају минималну укупну снагу 11; та решења су, слева на десно, $\{4, 7\}$ и $\{4, 1, 6\}$. Од та два решења, бирамо лексикографски мање.



Ограничења.

- $2 \leq n \leq 10^5$;
- $1 \leq w_j \leq 10^9$;
- Укупан број спојева ће увек бити $n - 1$, и увек ће за сваку канџу постојати тачно један скуп спојева који је повезују са мозгом.

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у четири подзадатка, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [10 поена]**: Сви спојеви ће имати исту потребну снагу за уништење;
- **Подзадатак 2 [10 поена]**: Једино мозак може директно контролисати више од једног дела Глутона;
- **Подзадатак 3 [30 поена]**: $n \leq 1.000$;
- **Подзадатак 4 [50 поена]**: Нема додатних ограничења.

Уколико на свим тест примерима једног подзадатка израчунате тачну укупну снагу, **добијате 60% поена за тај подзадатак**. Уколико коректно одредите лексикографски минимално решење на свим тест примерима једног подзадатка, **добијате 40% поена за тај подзадатак**.

Назив проблема: Ватромет

Стари кинески филозоф, који се у слободно време бави прављењем ватромета, сада треба да направи фитиљ (да би могао да их безбедно упали). Он има канап дужине N метара, из ког планира да исече део. Како је прављење фитиља посао који захтева велику прецизност, он жели да сече овај канап тако да мора да мери само дужине које су цели бројеви у метрима – фитиљ мора почети и завршити се на целобројном растојању од почетка канапа. За сваки метар канапа, он зна цео број A_i, који представља његову "поузданост" (метар i обухвата део канапа између позиција на растојањима i и $(i+1)$ метара од почетка канапа).

Постоји Q различитих ватромета које би филозоф могао да користи. За сваки од њих постоје услови које фитиљ мора да испуни – не сме да буде ни превише кратак ни превише дуг, а мора и да буде довољно поуздан. За ватромет i, ови услови су дефинисани целим бројевима L_i, H_i, T_i на следећи начин:

- Дужина фитиља мора бити већа или једнака L_i и мања или једнака H_i,
- Средња вредност поузданости фитиља мора бити барем T_i.

Филозоф жели да одабере један ватромет за који ће направити фитиљ. Због тога, за сваки ватромет га интересује на колико начина за њега може да направи фитиљ од канапа који му је на располагању. Пошто је заузет и нема много времена, Ваш задатак је да то одредите уместо њега.

Улаз. У првом реду стандардног улаза налази се број N, који представља дужину канапа. У другом реду се налази N целих бројева, где је i-ти број поузданост i-тог метра канапа A_i. У трећем реду се налази Q – број ватромета за које се тражи решење. У наредних Q редова се налазе по три цела броја: у i-том се налазе L_i, H_i и T_i, који представљају горе описане услове за ватромет i.

Излаз. На стандардни излаз исписати Q целих бројева, где је i-ти од исписаних бројева број начина да се исече фитиљ који испуњава услове за ватромет i.

Пример 1.

Улаз	Излаз

`5`
`3 2 3 1 2`
`2`
`1 1 2`
`2 3 2`
	`4`
	`6`

Објашњење. За први ватромет, филозоф може да исече било који метар канапа осим четвртог. За други, потребан му је део који је или дужине 2 (довољно поуздани су делови који почињу на растојању 0, 1 и 2 од почетка, са средњом поузданости редом 2.5, 2.5 и 2) или дужине 3 (сва три су довољно поуздана).

Ограничења.

- $1 \leq N \leq 200$
- $1 \leq Q \leq 200000$
- $1 \leq A_i \leq 10^9$
- $1 \leq L_i \leq H_i \leq N$
- $1 \leq T_i \leq 10^9$

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у 3 подзадатка, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [20 поена]**: $Q \leq 100$
- **Подзадатак 2 [20 поена]**: $Q \leq 10000$
- **Подзадатак 3 [60 поена]**: Нема додатних ограничења.

Назив проблема: Магија

У средњем веку се много причало о злим вештицама које су користиле црну магију да науде људима. Знало се да су оне организоване у хијерархијску структуру, тј. свака зла вештица, осим главне вештице Баба Јага, је имала тачно једну надређену вештицу којој је морала да говори све своје зле планове пре извршавања. Исто тако, свака вештица је знала које су јој вештице подређене.

За разлику од тога што се много знало о злим вештицама, много мање се знало о вештицама које су користиле белу магију да би се бориле против злих вештица и спречиле их у њиховој намери да науде људима. Најпознатија вештица која је користила белу магију је била магична Соња. Она је била једина особа која је знала да изведе магију која одузима сву моћ злој вештици, те је онеспособи у намери да начини неку озбиљну штету. Једино ограничење је било да Соња може искористити ову чин само на злим вештицама које немају ниједну подређену вештицу, јер у супротном би све подређене вештице заједно напале Соњу.

У једном тренутку су се све зле вештице договориле да изврше нападе и свака вештица је одредила којег дана ће искористити своју најразорнију чин. Соњин задатак је да онеспособи све вештице у њиховој намери. Она мора да искористи своју специјалну чин на свакој вештици пре него што та вештица искористи своју чин. Као што је претходно наведено, Соња може да искористи чин само на вештицама које нису никоме надређене. Када онеспособи једну вештицу, та вештица се уклања из хијерархијске структуре злих вештица (те њена надређена вештица има за једну мање подређену вештицу).

Свака зла вештица има свој јединствени редни број, а зна се да Баба Јага има редни број 1. Соња на почетку зна изглед хијерархијске структуре злих вештица и за сваку вештицу зна ког дана ће искористити своју најразорнију чин. Соњина моћ је ограничена, те може да искористи своју специјалну чин само једном дневно. Ваш задатак је да помогнете Соњи и препоручите распоред којим треба да напада вештице, тј. да јој за сваки дан кажете редни број вештице на коју мора да баци своју чин.

Улаз. У првом реду стандардног улаза се налази природан број N. У другом реду стандардног улаза се налази N бројева где i-ти број, t_i, представља редни број дана у коме ће вештица са редним бројем i искористити своју разорну чин. У наредних $N-1$ редова се налази по два природна броја p и q ($1 \leq p, q \leq N$) који означавају да је вештица са редним бројевим p надређена вештици са редним бројем q.

Излаз. Уколико је могуће да Соња онеспособи сваку вештицу пре него што та вештица употреби своју чин, потребно је у једном реду исписати N бројева где i-ти број представља редни број зле вештице коју Соња треба да онеспособи i-тог дана (уколико постоји више таквих редоследа исписати било који). Уколико то није могуће, исписати поруку "Pobedila je crna magija"

Пример 1.

Улаз	Излаз

`5`
`10 7 2 6 2`
`4 2`
`1 4`
`4 5`
`1 3`
	`5 3 2 4 1`

Пример 2.

Улаз	Излаз

`5`
`10 7 9 2 8`
`4 2`
`1 4`
`4 5`
`1 3`
	`Pobedila je crna magija`

Објашњење. У првом тест примеру првог дана се онеспособи вештица са редним бројем 5, те другог дана вештица са редним бројем 3. Приметимо да смо вештицу са редним бројем 3 онеспособили у последњем тренутку, јер да смо покушали да је онеспособимо један дан касније она би већ искористила чин. После вештице са редним бројем 3 редом смо онеспособили вештице са редним бројевима 2, 4 и 1 и ниједна од злих вештица није стигла да искористити своју чин.
Приметимо да је и редослед $3, 5, 2, 4, 1$ валидно решење у овом тест примеру.

У другом тест примеру не можемо стићи да онеспособимо вештицу са редним бројем 4 пре него што она искористи своју чин.

Ограничења.

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq t_i \leq 10^9$

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у 4 подзадатка, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [16 поена]**: Свака вештица има највише једну директно подређену вештицу.
- **Подзадатак 2 [18 поена]**: Вештица ће увек искористити своју чин тек након што њене подређене вештице искористе своје чини и $n \leq 1000$
- **Подзадатак 3 [31 поена]**: n је облика $2^x - 1$ где је x природан број. Свака вештица има или две или ниједну директно подређену вештицу. Узмимо било коју вештицу v и посматрајмо низ $v = f_0, f_1, f_2, \cdots, f_k$ где је f_i надређена вештица од f_{i-1} за све $i \in 1, 2, \cdots, k$. Било који тако описан низ неће бити дужи од $log_2(n+1)$. Другим речима, биће дато комплетно бинарно балансирано стабло, тј. сви чворови на нивоима мањим од x ће имати тачно два сина, а чворови на последњем нивоу немају ниједног сина.
- **Подзадатак 4 [35 поена]**: Нема додатних ограничења.

Назив проблема: Подземне воде

У средњевековном селу Ењоред, налази се n срењовековних плацева поређаних у ред, један до другог, нумерисаних средњевековним бројевима од 1 до n. За сваки плац је позната снага утицаја средњевековних подземних вода над њим; за i-ти плац та вредност је v_i. Једног дана, скупило се k средњевековних вазалних господара и одлучили су да изграде k великих кућа при чему би свака кућа заузимала **тачно t узастопних плацева** и, наравно, **никоје две куће не могу имати заједнички плац**.

У договору са селом, вазални господари су се обавезали да, на име средњевековног пореза, укупно плате по 1 златник за сваки од n плацева који нису део ниједне куће. Испоставило се да су вредности n, k и t такве да када k вазалних господара подједнако поделе порез, **свако од њих треба да плати не више од 10 златника**.

Наравно, најбитнија ствар у овој средњевековној причи је одбрана од средњевековних вештица. У то време, када би људи градили куће, они би постављали анти-вештичне уређаје у **најлевљем плацу** своје куће и отпорност куће на вештице би директно зависила од одговарајуће подземне воде. Нпр. уколико се кућа налази на плацевима $i, i+1, \ldots i+t-1$, отпорност те куће је v_i. Вазални господари су разумни људи који верују у вештице и **договорили су се да саграде куће тако да је сума отпорности кућа на вештице највећа могућа**. Помозите им у томе!

Улаз. У првом реду стандардног улаза налазе се три природна броја n, k и t који представљају, редом, број плацева, број кућа које треба изградити и дужину сваке куће у плацевима. У наредном реду налазе се n природних бројева v_i, где i-ти број представља снагу утицаја подземне воде на i-ти плац.

Излаз. У првом и јединому реду стандардног излаза исписати највећу могућу вредност суме отпорности свих кућа. **Гарантује се да ће решење (тј. бар један распоред кућа) увек постојати.**

Пример 1.

Улаз	Излаз
`8 3 2` `4 5 1 4 8 10 7 3`	`20`

Објашњење. Имамо 8 плацева и потребно је изградити 3 куће од којих свака заузима по 2 узастопна плаца. Уколико куће изградимо на следећи начин: 4 $\boxed{5\ 1}$ 4 $\boxed{8\ 10}$ $\boxed{7\ 3}$, тада је укупна отпорност кућа једнака $v_2 + v_5 + v_7 = 20$. Може се показати да не постоји распоред кућа који даје отпорност већу од 20.

Ограничења.

- $n \leq 800\ 000$
- $1 \leq t, k \leq 3\ 000$
- $1 \leq v_i \leq 10^9$, за свако $i = \overline{1, n}$
- За бројеве n, k и t важе сва додатна огранчења из текста задатака.

Подзадаци и бодовање. Тест примери су подељени у 4 подзадатка, у којима важе следећа додатна ограничења:

- **Подзадатак 1 [12 поена]**: $n \leq 20$, $k, t \leq 5$
- **Подзадатак 2 [15 поена]**: После изградње, остаће тачно један слободан плац
- **Подзадатак 3 [30 поена]**: $n \leq 30\ 000$

- **Подзадатак 4 [43 поена]**: Нема додатних ограничења.

Напомена. Обратити пажњу да је за испис решења неопходан 64-битни тип података.