

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

**8. СРПСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА  
ЗА УЧЕНИКЕ ОСНОВНИХ ШКОЛА**

Нови Сад, 24. 05. 2014.

1. Доказати да за реалне бројеве  $a, b, c, d, e$  који припадају интервалу  $[0, 1]$  важи неједнакост

$$(1 + a + b + c + d + e)^2 \geq 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2).$$

Када важи једнакост?

2. Доказати да не постоје ненегативни цели бројеви  $a, b, c, d$  такви да важи

$$2^a + 4^b + 5^c = 2014^d.$$

3. Дијагонале паралелограма  $ABCD$ , са оштрим углом у темену  $A$ , секу се у тачки  $E$ . Кружница описана око троугла  $ACD$  сече праве  $AB$ ,  $BC$ ,  $BD$  још у тачкама  $K$ ,  $L$ ,  $P$ , тим редом. Кружница описана око троугла  $CEL$  сече праву  $BD$  још у тачки  $M$ . Доказати да важи  $KD \cdot KM = KL \cdot PC$ .

4. За округлим столом седи 100 особа, међу којима је 50 жена и 50 мушкараца. Доказати да се могу наћи две особе различитог пола између којих седе тачно две особе, и то различитог пола.

Сваки задатак се бодује са по 10 поена  
Израда задатака траје 240 минута